

## Dim-DoE

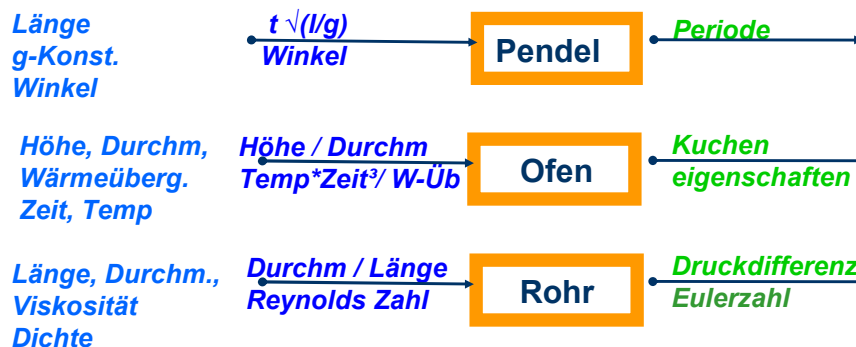
# Dimensionsanalyse und Design of Experiments

Prof. Dr. Andreas Orth



## Was ist Dimensionsanalyse ?

Dimensionsanalyse: Zur Beschreibung physikalischer Zusammenhänge werden dimensionslose Größen verwendet.





## Wann ist **Dimensionsanalyse** erfolgreich ?

... wenn es gelingt,

- (1) alle prozessrelevanten Größen, einschl. Konstanten zu identifizieren,
- (2) daraus dimensionslose Produkte zu bilden, z.B. Verhältnisse oder Größen wie *Reynoldszahl*, *Newtonzahl*, *Eulerzahl*, *Froudezahl* usw. und
- (3) einen einfachen Zusammenhang zwischen solchen dimensionslosen Produkte zu finden.

Bspl.:  $Ne = f(Re)$ , was Aufschluss über die Leistungsaufnahme eines Rührers abhängig von Viskosität und Geometrie geben kann.



## Grundannahme der **Dimensionsanalyse**

In untersuchten Teil des Parameterbereiches ist der Zustand des Systems vollständig beschrieben durch die Werte von **dimensionslosen Kennvariablen**.

Wenn also die Werte der **technischen Faktoren** zu den gleichen Werten der **dimensionslosen Faktoren** führen, sind auch die Werte der **dimensionslosen Zielgrößen** gleich und aus diesen und den (bekannten) Werten der technischen Faktoren können zuverlässige Prognosen für die ursprünglich interessierenden **technischen Zielgrößen** gemacht werden.

## Was ist DoE – Design of Experiments ?

DoE – Design of Experiments ist eine angeblich effiziente Methodik,



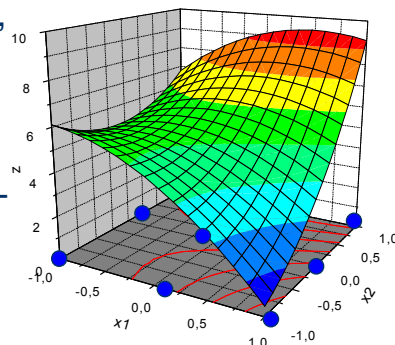
um Zusammenhänge zwischen Einflussfaktoren und Zielgrößen in einem Versuch zu untersuchen.

Bspl: Kuchen backen:  
Kuchengröße, Backzeit, Backtemp

## Wann ist DoE erfolgreich?

... wenn es gelingt,

- (1) **unabhängige** Einflussfaktoren,  $x$ , und Zielgrößen,  $y$ , zu identifizieren,
- (2) einen Modellansatz,  $y = f(c, x)$ , zu formulieren – wobei  $c$  experimentell zu bestimmende Koeffizienten sind –
- (3) einen dem Modell  $f(c, x)$  angemessenen Versuchsplan zu finden um die Koeffizienten zu bestimmen.



## Wann stößt DoE an Grenzen ?

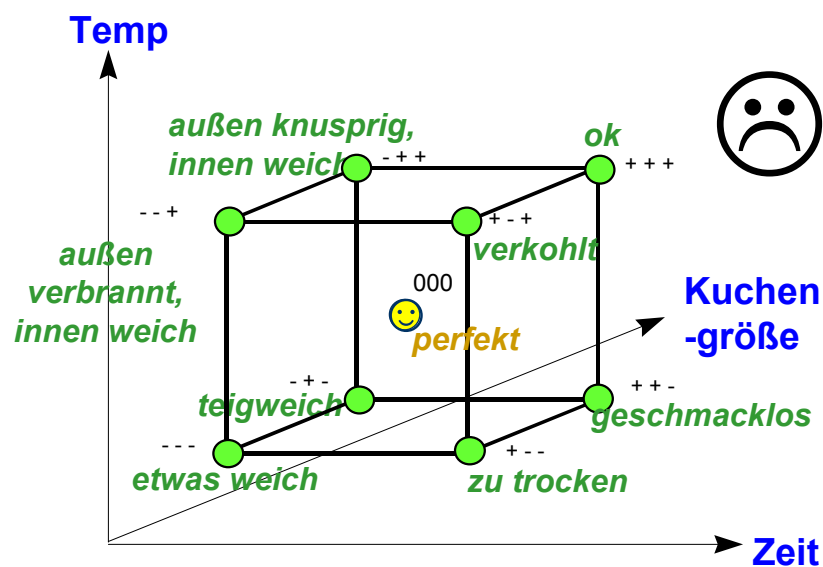
- (1) bei untereinander **abhängigen** Einflussfaktoren,  $x$ , besonders wenn die **Einstellgrenzen** abhängen
- (2) bei **kategoriellen** Zielgrößen,  $y$ ,
- (3) bei **Unstetigkeiten** im Zusammenhang,  $y = f(c, x)$ , (z.B. Einschaltphänomene oder Fehleranzahl) oder bei **nicht linearer** Abhängigkeit von den experimentell zu bestimmende **Koeffizienten**,  $c$  (z.B. Reaktionskinetiken höherer Ordnung).



(c) umesoft GmbH, Andreas Orth, Steinbacher Str. 14-24, 65760 Eschborn

7

## Kuchen-im-Ofenoptimierung mit DoE ?



(c) umesoft GmbH, Andreas Orth, Steinbacher Str. 14-24, 65760 Eschborn

8

## Verbindung von Dim... und DoE


Oft sind in der Praxis dimensionsbehaftete Einflussfaktoren **nicht unabhängig** voneinander einstellbar. Dies legt die Vorgehensweise nahe:

1. Relevanzliste technischer Faktoren erstellen
2. Dimensionslose Kenngrößen ermitteln (**Dim**)
3. Design in dimensionslosen Größen,  $x_{\text{dimlos}}$ , (**DoE**)
4. Zurückrechnen in die techn. Faktoren (**nicht eindeutig!**) und Versuche durchführen
5. Reale Zielgrößen ermitteln
6. Dimensionslose Zielgrößen,  $y_{\text{dimlos}}$ , berechnen
7. Modellkoeffizienten des Modells  $y_{\text{dimlos}} = f(c, x_{\text{dimlos}})$  bestimmen

## Verbindung von Dim... und DoE 2

- .
- .
8. **Modelldiagnose** für as dimensionslose Modell:  
mit dimlos-Residuen  $y_{\text{dim-los}} - y_{\text{dim-los}}(\text{pred})$
  9. Prognosen:  
 $x_{\text{techn}} \rightarrow x_{\text{dimlos}} \rightarrow y_{\text{dimlos}} \rightarrow y_{\text{real}}$
  10. Optimierung:  
Spezifikation für  $y_{\text{real}} \rightarrow y_{\text{dimlos}} \rightarrow x_{\text{dimlos}}$   
jeder  $x_{\text{dimlos}}$  Einstellung entsprechen  
mehrere  $x_{\text{techn}}$  Einstellungen

## Vorteile von Dim... und DoE 2

1. **Reduziert die Dimension** des Problems durch Dimensionsanalyse,
2. Reduziert die **Komplexität des Modells** (Anzahl der benötigten Wechselwirkungen),
2. Ermöglicht die **Erfassung mehrerer dimensionsloser Größen** in einem Modell, 
3. Erhöht Flexibilität bei der Versuchsdurchführung (ermöglicht insbesondere **Scale-Up**),
4. Erhöht die **Flexibilität** bei der Optimierung,
5. Ermöglicht die **Überprüfung der Grundannahme der Dimensionsanalyse** (siehe Folie 4, oben).

(c) umesoft GmbH, Andreas Orth, Steinbacher Str. 14-24, 65760 Eschborn

11

## Beispiel: Kuchen-im-Ofenoptimierung Technische Faktoren und Reponses

Relevant/Technical factors (rfac)

Name	Abbr	m	k	s	°K	role	low	high
diam	d	1				contr	0,15	0,25
höhe	h	1				contr	0,02	0,04
Temp	Te				1	contr	450	500
time	ti			1		contr	2700	3600
vol-sp-WÜ	alp	3	-3	-1		const	30000	30000

Relevant Responses (rres)

Knusprigkeit knus

Bem.: Wärmeübergangskoeffizient,  $\alpha$ , in  $[W/m^2 \cdot ^\circ K] = [kg/s^3 \cdot ^\circ K]$  wurde durch Dichte,  $\rho$ , in  $[kg/m^3]$  geteilt, um die Dimensionskorrektheit herzustellen. Die Größe wurde als konstant angenommen.

(c) umesoft GmbH, Andreas Orth, Steinbacher Str. 14-24, 65760 Eschborn

12

## Kuchen-im-Ofenoptimierung: dimensionslose Größen

### Design Factors (dfac)

		m	k	s	°C
spez-Energie	s-En	0	0	0	0
Geom-ratio	h/d	0	0	0	0

### logarithms

min	max	T-cp /
20,42	21,63	21
0,574	1,097	0,84
<b>20,8</b>	<b>21,4</b>	<b>21,1</b>
<b>0,60</b>	<b>0,90</b>	<b>0,75</b>

### Design Responses (dres)

		0	0	0	0
Knusprigkeit	knus	0	0	0	0

Bem.: die dimensionslose Größe „spez-Energie“ wurde berechnet als Temp mal Zeit<sup>3</sup> mal „vol-spez-Wärmeübergangskoeffizient“ (s. letzte Folie), geteilt durch Höhe mal Durchmesser<sup>2</sup>.

Die Grenzen rechts wurden oben aus den Eingaben für die technischen Faktoren gewonnen, unten vom Anwender eingegeben – jeweils für die **Logarithmen!!**

## Kuchen-im-Ofenoptimierung: Design (faktoriell mit 3 CP)

### Worksheet

s-En	h/d
20,80	0,60
21,40	0,60
20,80	0,90
21,40	0,90
21,10	0,75
21,10	0,75
21,10	0,75

### standard worksheet for rf

d	h	Te	ti	alp
-0,807	-1,407	2,66	3,45	4,4771
-0,869	-1,469	2,702	3,57	4,4771
-0,657	-1,557	2,66	3,45	4,4771
-0,719	-1,619	2,702	3,57	4,4771
-0,763	-1,513	2,681	3,51	4,4771
-0,763	-1,513	2,681	3,51	4,4771
-0,763	-1,513	2,681	3,51	4,4771

Bem.: Alle Designs sind für die Logarithmen der Größen in SI-Einheiten.

Bei der Rückrechnung der Design-Punkte im „worksheet“ (für die dimensionslosen Faktoren) ins „standard worksheet“ (für die technischen Faktoren) wurden alle Versuche in den Unterraum projiziert, in dem sich der ursprüngliche CP befindet.

## Kuchen-im-Ofenoptimierung: die neue Freiheit der Dimensionsannahme

wish									
d	Te	slider 1	slider 2	d	h	Te	ti	alp	
-0,82	2,66	-0,03697	0,0037555	-0,820	-1,42	2,66	3,43429292	4,4771	
-0,82	2,66	0,14303	-0,062911	-0,820	-1,42	2,66	3,63429292	4,4771	
-0,82	2,66	-0,47197	0,0537555	-0,820	-1,72	2,66	3,28429292	4,4771	
-0,82	2,66	-0,29197	-0,012911	-0,820	-1,72	2,66	3,48429292	4,4771	
-0,82	2,66	-0,16447	-0,004578	-0,820	-1,57	2,66	3,45929292	4,4771	
-0,82	2,675	-0,16447	0,0120888	-0,820	-1,57	2,675	3,45429292	4,4771	
-0,82	2,675	-0,16447	0,0120888	-0,820	-1,57	2,675	3,45429292	4,4771	

Bem.: Es gibt (hier) zwei Dimensionen, die senkrecht zu dem Unterraum der dimensionslosen Faktoren ist (s. vorige Folie). Veränderungen in diesen Dimensionen sind laut Dimensionsannahme ohne Wirkung auf das Ergebnis.  
Mittels „Schieberegler“, hier „Slider“ kann man für zwei Faktoren einen gewünschten Wert einstellen (typischerweise einen geometrischen Wert (z.B. d) oder einen maschinenspezifischen Wert (hier Te) und den Plan entsprechend anpassen.

(c) umesoft GmbH, Andreas Orth, Steinbacher Str. 14-24, 65760 Eschborn

15

## Kuchen-im-Ofenoptimierung: Durchführung der Versuche

Experiments to be performed!						results	
d	h	Te	ti	alp	knus		
0,151	0,038	457,1	2718,272	30000		11	
0,151	0,038	457,1	4308,171	30000		39	
0,151	0,019	457,1	1924,389	30000		23	
0,151	0,019	457,1	3049,951	30000		61	
0,151	0,027	457,1	2879,340	30000		33	
0,151	0,027	473,2	2846,380	30000		41	
0,151	0,027	473,2	2846,380	30000		36	

Bem.: Hier wurden die Freiheit der Schieberegler verwendet, um im CP die Dimensionsannahme zu überprüfen. Deshalb sind Te und ti bei den letzten beiden Versuchen anders. In diesem Beispiel ist die Zielgröße von vornherein als dimensionslos (subjektive Bewertung) angesetzt. Typischerweise ist auch die Zielgröße aus einer interessierenden technischen Zielgröße und mehreren technischen Faktoren zusammengesetzt und wird umgerechnet.

(c) umesoft GmbH, Andreas Orth, Steinbacher Str. 14-24, 65760 Eschborn

16



## Kuchen-im-Ofenoptimierung: Auswertung des Designs

Experiments to be performed!					results	
d	h	Te	ti	alp	knus	
0,151	0,038	457,1	2718,272	30000		11
0,151	0,038	457,1	4308,171	30000		39

Die Auswertung geschieht für das Design in den dimensionslosen Größen. Ebenso für die Modelldiagnose, also Varianzanalyse und Residuenanalyse.

coded Worksheet		measured response		calculated		coeff		l-knus-pred res	
s-En	h/d	knus	l-knus	l-knus					
-1	-1	11	1,041	1,041	const	1,485135	1,082	-0,04026	
-1	-1	39	1,591	1,59106461	s-En	0,243318	1,631	-0,04026	
-1	1	23	1,362	1,36172784	h/d	0,12865	1,402	-0,04026	
1	1	61	1,785	1,78532984	s-En*h/d	-0,03152	1,826	-0,04026	
0	0	33	1,519	1,51851394	(special formula, only for ori		1,485	0,03338	
0	0	41	1,613	1,61278386			1,485	0,12765	

(c) umesoft GmbH, Andreas Orth, Steinbacher Str. 14-24, 65760 Eschborn 17

## Kuchen-im-Ofenoptimierung: Prognose und Optimierung

Prognosen:  $x_{\text{techn}}$  ->  $x_{\text{dimlos}}$  ->  $y_{\text{dimlos}}$  ->  $y_{\text{real}}$   
 Optimierung: Spezifikation für  $y_{\text{real}}$  ->  $y_{\text{dimlos}}$  ->  $x_{\text{dimlos}}$

jeder  $x_{\text{dimlos}}$  Einstellung entsprechen *mehrere*  $x_{\text{techn}}$  Einstellungen

Prediction:						knus
d	h	Te	ti	alp		
0,151356	0,038	457,1	2718,27202	30000		12,0683919
0,151	0,03	500	3594,35492	30000		45,9704588

logarithmiert

d	h	Te	ti	alp	knus	s-En	h/d
-0,82	-1,42	2,66	3,43429292	4,4771	1,0816494	20,80	0,60
-0,821023	-1,523	2,699	3,55562096	4,4771	1,662	21,36	0,70

s-En	h/d
-1	-1
0,86269	-0,32096205

Optimization:						krit
d	h	Te	ti	alp	knus	
0,151	0,019	500	3594,35492	30000	101,550228	1,5E-07

d	h	Te	ti	alp	knus	s-En	h/d
-0,821023	-1,721	2,699	3,55562096	4,4771	101,550228	21,66	0,90

s-En	h/d
1,85453	1,001488976

(c) umesoft GmbH, Andreas Orth, Steinbacher Str. 14-24, 65760 Eschborn 18

## Beispiel 2: Druckabbau im Rohr

### Relevant/Technical factors (rfac)

Name	Abbr	m	k	s	°C	role	low	high	I-low	I-high
diam	d	1				contr	0,001	0,1	-3	-1
length	l	1				contr	1	100	0	2
kin-visc	nu	2		-1		contr	1E-06	0,00011	-6	-3,95
time	t			1		contr	1	10	0	1
density	rho	-3	1			depe	1000	910	3	2,959

H<sub>2</sub>O Oil

Bem.: die kinetische Viskosität und die Dichte sind de facto diskrete Größen, weil Stoffkonstanten. Hier wird Dichte als abhängige Größe geführt – abhängig von der Viskosität – dadurch ist „low“ nicht kleiner als „high“, was aber kein Problem darstellt.

### Relevant Responses (rres)

pressure loss	del-p	-1	1	-2
---------------	-------	----	---	----

Bem.: In diesem Beispiel ist die Response nicht dimensionslos.

## Druckabbau im Rohr: dimensionslose Größen

### Design Factors (dfac)

		m	k	s	°C
Reynolds	Re	0	0	0	0
Geom-ratio	d/l	0	0	0	0

$$\frac{d \cdot l^3 / t}{\nu}$$

$$d / l$$

### logarithms

min	max	T-cp /
-0,05	7	3,48
-5	-1	-3
2,5	3,3	2,9
-3,10	-2,90	-3

### Design Responses (dres)

Euler		0	0	0	0
-------	--	---	---	---	---

$$\frac{\text{del-p}}{(d \cdot \rho \cdot l^3 / t^2)}$$

Bem.: Dadurch, dass die Zielgröße Druckabbau nicht dimensionslos ist, wird statt deren die dimensionslose Zielgröße *Euler-Zahl* verwendet, die sich durch die Formel  $\text{del-p} / (d \cdot \rho \cdot l^3 / t^2)$  berechnen lässt. Umgekehrt lässt sich aus ihr mittels  $Eu \cdot d \cdot \rho \cdot l^3 / t^2$  wieder del-p ermitteln. Alle beteiligten Größen sind zum Zeitpunkt der Auswertung bekannt.

## Druckabbau im Rohr: das Design

Worksheet	
Re	d/l
2,50	-3,10
3,30	-3,10
2,50	-2,90
3,30	-2,90
2,90	-3,00
2,90	-3,00
2,90	-3,00

standard worksheet for rf					
d	l	nu	t	rho	
-2,294	0,806	-4,73	0,74	2,96	
-2,094	1,006	-4,93	0,54	2,96	
-2,194	0,706	-4,73	0,74	2,96	
-1,994	0,906	-4,93	0,54	2,96	
-2,144	0,856	-4,83	0,64	2,96	
-2,144	0,856	-4,83	0,64	2,96	
-2,144	0,856	-4,83	0,64	2,96	

Bem.: Bleibt man mit der Reynolds-Zahl unter der Grenze von 2300, im log also unter etwa 3,45, so bleibt die Strömung laminar und ist sinnvollerweise in einem Versuchsplan mit einem Modell beschreibbar. Bei Reynoldszahlen auf beiden Seiten dieser Grenze ist mit „turbulenten“ Modellen zu rechnen.

Man beachte, dass des standard worksheet noch nicht so gestellt werden kann, dass Viskosität und Dichte einem realen Stoff (hier H<sub>2</sub>O oder Öl) entsprechen.

## Druckabbau im Rohr: das Arbeitsblatt

wish									
l	nu	slider 1	slider 2	d	l	nu	t	rho	
0	-6	-3,22478	-0,924779	-3,100	0	-6	0,4	3	
0	-6	-4,02478	-0,124779	-3,100	0	-6	-0,4	3	
0	-6	-2,82478	-1,124779	-2,900	0	-6	0,6	3	
0	-6	-3,62478	-0,324779	-2,900	0	-6	-0,2	3	
0	-6	-3,42478	-0,624779	-3,000	0	-6	0,1	3	
0	-3,9504412	-3,42478	3,4743382	-3,000	0	-3,95	-1,94955878	2,96	
0	-6	-3,42478	-0,624779	-3,000	0	-6	0,1	3	

Bem.: Hier wird Slider1 verwendet um Laborbedingungen einzustellen, d.h. eine Rohrlänge von 1 Meter, Slider 2 wird verwendet um die Stoffkonstant Viskosität auf Wasser, 10<sup>-6</sup>, bzw. bei zu einem der drei CP auf die von Öl zu stellen. Durchmesser und Geschwindigkeit (also Zeit) ergeben sich dann aus diesen Slider-Werten.

## Druckabbau im Rohr: Auswertung und Prognose

coded Worksheet		measured response		calculated		coeff	
Re	d/l	del-p	l-del-p	l-Eu			
-1	-1	25,86773	1,413	2,313	const	1,812758	
1	-1	163,2143	2,213	1,51275829	Re	-0,4	
-1	1	10,29813	1,013	2,11275829	d/l	-0,1	
1	1	64,9768	1,813	1,31275829	Re*d/l	-4,4E-16	
0	0	40,99759	1,613	1,81275829	(special formula, only for ori		
0	0	468724,1	5,671	1,81275829			
Prediction:							
	d	l	nu	t	rho	del-p	
Labor	0,0008	1	1E-06	2,5	1000	25,806452	H <sub>2</sub> O
echt	0,08	100	1E-04	280	1000	25,826708	Oil

**Scale-Up** von 1 m auf 100 m Rohrleitung  
und von Wasser im Labor auf Öl in Produktion:

### Fazit:

**Dim-DoE** reduziert die Problemdimension, ebenso wie die Modellkomplexität und somit die Versuchsanzahl. **Dim-DoE** erhöht Flexibilität bei der Versuchsdurchführung und ermöglicht **Scale-Up**, **Dim-DoE** erhöht auch die Flexibilität bei der Prognose und der Optimierung, und es ermöglicht sogar die Überprüfung der Grundannahme der Dimensionsanalyse.

**Vielen Dank!**